

# In-Grid

Innovative Grid-Entwicklungen für ingenieurtechnische Anwendungen

**AP 2.3:** Gridbasierte Simulation und Optimierung  
mehrstufiger Umformprozesse

**Bericht 2.3.1:** Formale Beschreibung eines Problems der Produkt- und  
Prozessoptimierung aus der Praxis der Umformtechnik

**Projektpartner:**

Universität Siegen  
Institut für Wirtschaftsinformatik  
Hölderlinstr. 3  
57068 Siegen

**Bearbeiter:**

Dipl.-Ing. Frank Thilo

## 1. Inhalt

Im ersten Jahr des Forschungsprojekts Innovative Grid-Entwicklungen für ingenieurtechnische Anwendungen (In-Grid) wurden im Arbeitspaket „2.3 - Gridbasierte Simulation und Optimierung mehrstufiger Umformprozesse“ unter anderem untersucht, wie sich typische Probleme der Produkt- und Prozessoptimierung aus der Praxis der Umformtechnik in Form einer mathematisch-abstrakten Beschreibung formalisieren lassen. Diese Beschreibung dient dann als Basis zur Entwicklung spezifischer verteilter Lösungsstrategien.

## 2. Problembeschreibung

In der Automobilindustrie werden Bauteile oft durch einen mehrstufigen Umformprozess gefertigt, bei dem eine Ausgangsplatine in mehreren nacheinander ablaufenden Schritten in die gewünschte Form gebracht wird.

Als Beispiel eines solchen mehrstufigen Umformprozesses ist in Abbildung 1 der vierstufige Tiefziehprozess zur Herstellung eines Außenstützlagers dargestellt. Die initiale Platine wird dabei in der ersten Stufe zu einem Topf gezogen und in der zweiten Stufe weiter geformt. Dazu wird die Platine zwischen dem Niederhalter und der Matrize fixiert und unter Druck durch einen Stempel gemäß der Matrizenvorlage umgeformt. Darauf erfolgt in der dritten Stufe ein Lochen und in der vierten Stufe ein sogenanntes Aufstellen der Ränder. Der Umformprozess wird durch eine Beschneideoperation beendet. Zusätzlich ist das zu fertigende Realteil des Außenstützlagers abgebildet.

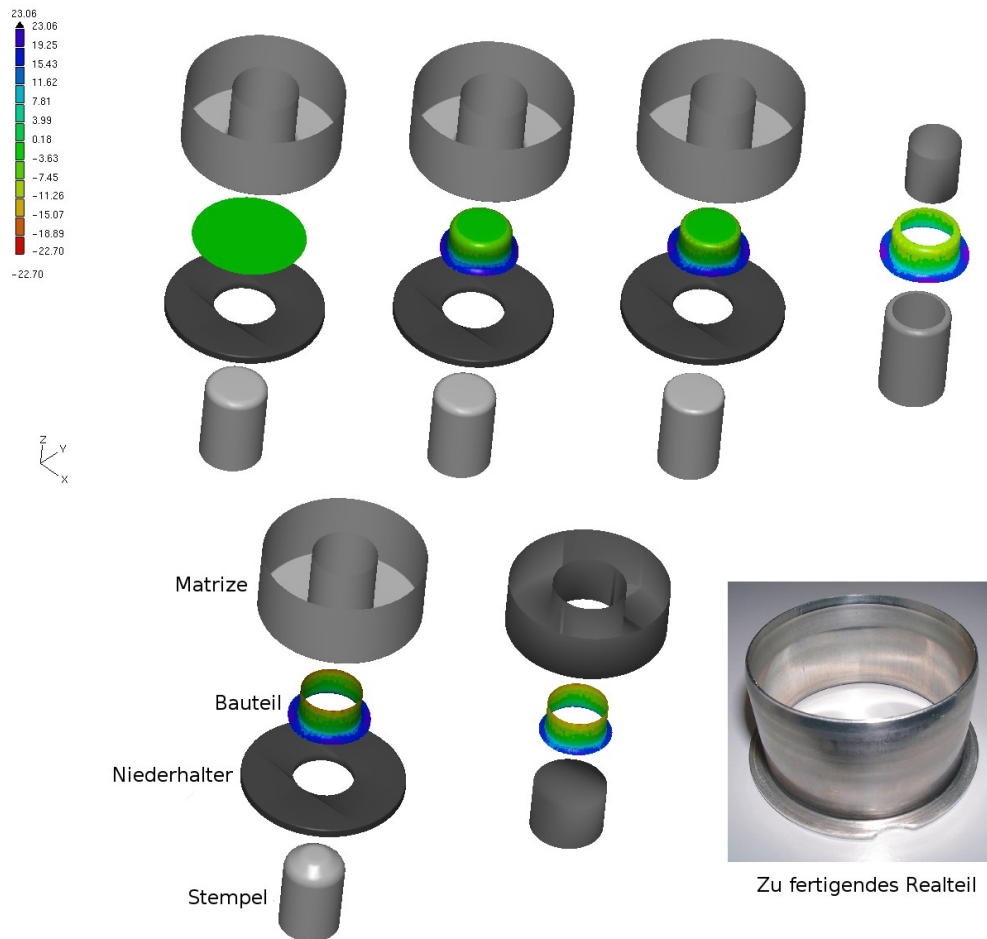


Abbildung 1: Darstellung eines vierstufigen Tiefziehprozesses zur Herstellung eines Außenstützlagers

Ein typisches Optimierungsproblem besteht nun darin, bei einer solchen mehrstufigen Zugdruckumformung Dicke und Durchmesser der Ausgangsplatte zu minimieren. Dabei sind simultan die Geometrien der Werkzeuge (Stempel, Niederhalter und Matrize) und die Prozessparameter aller Stufen (z.B. Verlauf der Niederhalterkräfte und der Ziehgeschwindigkeiten) derart zu bestimmen, dass die Endgeometrie bei minimalen Materialkosten unter Einhaltung einer minimalen Wandstärke ohne Risse und Falten gefertigt wird. Entscheidend ist, dass die Anzahl der Umformstufen dabei nicht fest gegeben ist, sondern ebenfalls einen Parameter im Sinne der Optimierung darstellt, d.h. es sind nicht nur die Geometrie- und Prozessparameter der einzelnen Stufen zu bestimmen, sondern auch die optimale Anzahl der verwendeten Stufen selbst.

Bei den zu optimierenden Parametern ist zu beachten, dass diese sich gliedern in solche, die unabhängig voneinander für jede Stufe gesetzt werden können (Beispiele hierfür sind Niederhaltekräfte und Ziehgeschwindigkeiten sowie Parameter der abschließenden Beschneideoperation im Anschluss an die letzte Umformstufe), und solche, die bei aufeinanderfolgenden Stufen abhängig voneinander sind (z. B. Einlauf- und Ziehradien).

### 3. Formalisierung

Um sich einer Formalisierung der oben beschriebenen Problemstellung anzunähern, sei hier zunächst die als Grundlage dienende Formalisierung eines Problems des optimalen Entwurfs (engl. *Problem of Optimal Design*, POD) dargestellt. Eine einzelne Umformstufe kann isoliert für sich betrachtet als ein solches Problem gesehen werden.

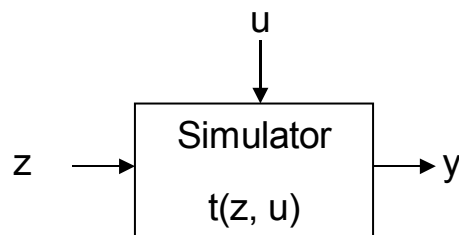


Abbildung 2: Schematische Darstellung eines Problems des optimalen Entwurfs

In Abbildung 2 zeigt eine schematische Darstellung eines Problems des zeitunabhängigen optimalen Entwurfs unter Einsatz einer Simulationssoftware. Der Simulator implementiert dabei eine Blackbox-Funktion, die abhängig von den Größen  $z$  und  $u$  ist.  $z$  sind dabei die nichtveränderlichen Eingangsparameter wie z. B. die generelle durch einen CAD-Entwurf festgelegte Form eines Werkstücks, während  $u$  die vom Optimierungsalgorithmus zu setzenden Entscheidungsvariablen repräsentiert, beispielsweise Geometrieparameter wie die Dicke oder der Durchmesser einer Platine. Das Ergebnis der Simulation ist  $y$ , aus dem die zu optimierende Zielfunktion und eventuelle Nebenbedingungen errechnet werden.

Dieses Problem kann als nichtlineares, statisches Optimierungsproblem formuliert werden. Dazu bezeichne  $f(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  die Zielfunktion und  $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  die Variablen eines  $n$ -dimensionalen Optimierungsproblems. Zusätzlich sind  $m$  Ungleichheitsrestriktionen und  $k$  Gleichheits-

restriktionen mit  $g_j(x) \leq 0, \forall j=1, \dots, m$  bzw.  $h_p(x) = 0, \forall p=1, \dots, k$  gegeben. Bezeichne  $U_{POD}$  den durch diese Restriktionen bestimmten zulässigen Bereich der Entscheidungsvariablen, so lassen sich Probleme der Klasse POD insgesamt darstellen als:

$$\min \{ f(x) \mid x \in U_{POD} \subseteq \mathbb{R}^n \}$$

mit  $U_{POD} = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid g(x) = 0, h(x) \leq 0 \}$ .

Probleme des optimalen Entwurfs diskreter mehrstufiger Prozesse (POM) umfassen nun die Aufgabe, ausgehend von einem Startzustand  $\mathbf{a}$  (der initialen Platine) einen vorgegebenen Zielzustand  $\mathbf{b}$  (das fertige Bauteil) in einer optimalen Anzahl von Stufen  $l \in \mathbb{N}$  zu erreichen. Jede Stufe entspricht dabei einem einzelnen Umformungsschritt. Innerhalb der Stufen sind dabei jeweils Entscheidungen  $u_k, k=1, \dots, l$  zu treffen, welche den gesamten mehrstufigen Prozess hinsichtlich Minimierung der Zielfunktion und Einhaltung der Nebenbedingungen berücksichtigen müssen.

Wie in Abbildung 3 dargestellt, entspricht dies einer Kette von Problemen des optimalen Entwurfs, die in  $l$  diskreten Stufen auftreten und derart miteinander gekoppelt sind, dass der Ausgabezustand in Stufe  $k$  dem Eingabezustand in Stufe  $k+1$  entspricht. Der Zustandsübergang ist durch den Umformvorgang selbst gegeben, der im Rahmen des virtuellen Prototyping durch einen Simulationslauf möglichst realitätsnah zu ersetzen ist. Als Simulationssoftware wird die vom assoziierten Partner GNS bereitgestellte Software INDEED eingesetzt, bevorzugt in der ebenfalls in diesem Arbeitspaket weiterentwickelten parallelen Variante FETI-INDEED.

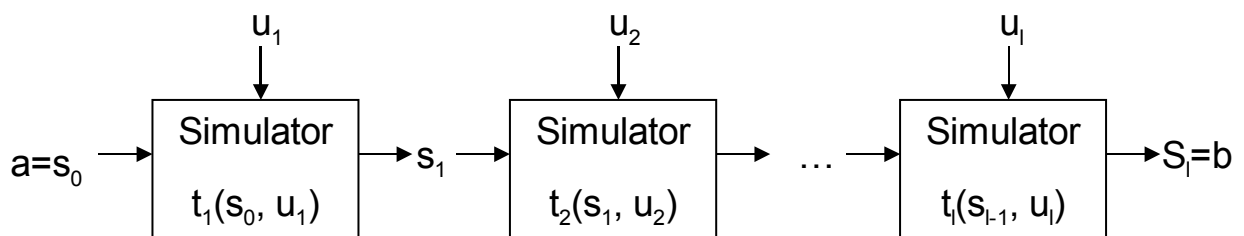


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines Problems des Entwurfs diskreter mehrstufiger Prozesse

Formal lässt sich das Problem analog zum Problem des optimalen Entwurfs darstellen als:

$$\min\{f(s, u, l) \mid l \in \mathbb{N}, s \in S \subseteq \mathbb{R}^{n_s(l)}, u \in U_{POM} \subseteq \mathbb{R}^{n_u(l)}\},$$

mit  $U_{POM} = \{u = (u_1, u_2, \dots, u_l) \in \mathbb{R}^{n_u(l)} \mid x$

$$\begin{aligned} g(s_{k-1}, u_k) &\leq 0 & \forall k=1, \dots, l, \\ h(s_{k-1}, u_k) &= 0 & \forall k=1, \dots, l, \\ s_k &= t_k(s_{k-1}, u_k), & \forall k=1, 2, \dots, l, \\ s_0 &= a, \quad s_l = b, \quad s_k \in S_k & \forall k=1, 2, \dots, l-1 \}. \end{aligned}$$

Hierbei sind  $n_s(l)$  und  $n_u(l)$  Funktionen in der dimensional Variablen  $l \in \mathbb{N}$ , welche der Anzahl der Stufen entspricht, die neben den Entscheidungsvariablen  $u_k, k=1, \dots, l$  zu optimieren ist. Die Entscheidungen in Stufe  $k$  hängen dabei von den Entscheidungen der vorherigen Stufe ab. Vereinfachend kann hierbei angenommen werden, dass die Anzahl der Variablen je Stufe konstant gleich  $n$  ist und somit  $n_s(l) = n_u(l) = l \cdot n$ .

Die Zustandsvariablen  $s_k, k=1, \dots, n-1$  repräsentieren den Zustand nach Stufe  $k$  mit der Menge der zulässigen Zustände  $S_k$  in Stufe  $k$ . Anfangs- und Endzustand sind dabei mit  $s_0 = a$  und  $s_l = b$  vorgegeben, während sich die Zwischenzustände von den getroffenen Entscheidungen, also der Wahl der Entscheidungsvariablen  $u_1, \dots, u_l$  abhängen. Die Menge der zulässigen Zustände des Gesamtprozesses ist somit die Vereinigungsmenge  $S = S_0 \cup \dots \cup S_k \subseteq \mathbb{R}^{n_s(l)}$ .

Die Entscheidungsvariablen in Stufe  $k$  sind  $u_k$ , welche aus der Menge der zulässigen Entscheidungen  $U_k(s_{k-1})$  in Abhängigkeit des durch die vorgeschalteten Stufen gegebenen Zustands  $s_{k-1}$  zu wählen sind. Diese Mengen sind Teilmengen des  $\mathbb{R}^n$  und werden durch die nichtlinearen Restriktionsfunktionen  $g$  und  $h$  bestimmt. Der Zustand des Systems in Stufe  $k$ ,  $s_k$ , wird ausgehend von einem Zustand  $s_{k-1}$  und einer Entscheidung  $u_k$  mittels der Transformationsfunktion  $t_k(s_{k-1}, u_k)$  bestimmt. Der zulässige Bereich des Gesamtprozesses ergibt sich demnach als

$$U_{POM} = U_1(s_0) \cup U_2(s_1) \cup \dots \cup U_l(s_{l-1}) \subseteq \mathbb{R}^{n_u(l)}.$$

Betrachtet man die stufenspezifischen Entscheidungsvariablen  $u_k$  genauer, so setzen sich diese aus den unabhängigen Variablen  $x_k \in \mathbb{R}^{n_1}$ , den abhängigen Variablen  $y_k \in \mathbb{R}^{n_2}$  und den vorgegebenen Entscheidungen der vorherigen Stufe  $\bar{y}_k = y_{k-1} \in \mathbb{R}^{n_2}$  zusammen:  $u_k = (y_{k-1}, x_k, y_k)$ . Diese Aufteilung ist wesentlich, wenn im Zuge der Optimierung ein Ansatz verfolgt wird, der versucht, das Gesamtproblem durch Dekompositionsverfahren in mehrere verkettete Teilprobleme des optimalen Entwurfs zu zerlegen.

## 4. Zusammenfassung und Ausblick

Eine Problemstellung aus der Umformtechnik wurde analysiert und in einer für die Optimierung geeigneten Darstellung formalisiert. Als nächster Schritt muss gemeinsam mit Praxispartnern untersucht werden, ob die bisher erarbeitete Formulierung alle relevanten Problemstellungen widerspiegelt oder noch Erweiterungen für bisher nicht abgedeckte Szenarien notwendig sind.

Weiterhin muss untersucht werden, welche Auswirkungen die oben dargestellten mathematischen Zusammenhänge auf das zu entwickelnde Optimierungsverfahren haben. Insbesondere gilt es zu evaluieren, ob die in AP 3.3 bereits zur Lösung von statischen Entwurfsproblemen entwickelten und implementierten Verfahren in einer modifizierten Variante oder als Komponente in einem übergeordneten Optimierungsalgorithmus zur Lösung von Problemen diskreter mehrstufiger Prozesse verwendbar sind.